Глава 10

Числени характеристики на статистически променливи

10.1 Основни числени характеристики на статистическите променливи

Нека се извършва статистическо проучване за определяне на разпределението на статистическа променлива, свързана със случайната величина X. Разпределението на с.в. X се характеризира с някакъв набор от **параметри** $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, които се наричат **параметри на генералната съвкупност (генерални параметри)**. Към тях спадат числените характеристики: математическо очакване (средно), дисперсия, мода, медиана и т.н. При такова проучване генералните параметри са неизвестни, но може да се определят приблизително въз основа на статистическия ред, получен от представителна извадка за изследваната статистическа променлива

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \tag{10.1}$$

или въз основа на съответния му вариационен ред:

$$x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(n)} \quad (x^{(1)} \le x^{(2)} \le \cdots \le x^{(n)}). \tag{10.2}$$

Получените приближени стойности на генералните параметри се наричат **числени оценки на параметрите** или просто **оценки**.

Оценките на параметрите на разпределението се получават като стойности на някакви функции от елементите на извадката (10.1), които се наричат **статистики**. Изборът на подходящите статистики за изчисляване на оценките на параметрите, както и свойствата на тези статистики, са разгледани в глава 12.

По-долу ще разгледаме статистиките, които се използват за оценка на числените характеристики на разпределението. Тъй като представителната извадка с достатъчно голям обем представлява адекватен мини-модел на изследваната статистическа променлива, пресметнатите въз основа на тази извадка статистически характеристики се използват за оценка на неизвестните генерални характеристики. Използваните наименования и за двата вида характеристики са едни и същи, но за да се подчертае, че дадена характеристика е получена въз основа на извадката към нейното наименование се добавя прилагателното „статистическа" (или „извадкова").

По-често използваните числени характеристики на статистическите променливи са следните:

1) **Минимална и максимална стойности** ($x_{\min}, x_{\max}$) **и статистически размах** (R). Тези показатели имат смисъл само за числени и ранжирани ординални променливи. Определят се по формулите

$$\begin{aligned} x_{\min} = \min\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} &= \min\{x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(n)}\} = x^{(1)}, \\ x_{\max} = \max\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} &= \max\{x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(n)}\} = x^{(n)}, \\ R &= x_{\max} - x_{\min}. \end{aligned} \tag{10.3}$$

В случая, когато променливата X е нормално разпределена и има математическо очакване m и стандартно отклонение σ, тези параметри грубо се оценяват така:

$$m \approx \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2}, \quad \sigma \approx \frac{R}{6} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{6}\,. \tag{10.4}$$

2) **Статистическо средно (средно)**($\overline{x}$).
Този показател има смисъл само за числени променливи. Пресмята се чрез намиране на средната стойност на данните от статистическия ред (10.1) по формулата:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}, \tag{10.5}$$

където n е обемът на извадката (т.е. броят на наблюденията). Статистическото средно представлява оценка за неизвестното генерално средно (математическо очакване) на изследваната статистическа променлива.

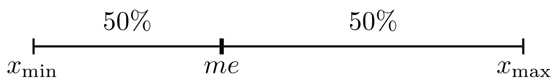
3) **Статистическа мода** (mo).
Този показател има смисъл за всякакви статистически променливи. Да намерим модата в един ред от данни, ще рече да намерим най-често срещаната в този ред стойност – количествена или качествена. Това означава, че модата е стойността с най-голяма честота.

В случая, когато данните са групирани и се използва интервалната таблица на честотите, оценката на модата се извършва по формулата:

$$mo = c_{k-1} + (c_k - c_{k-1})\frac{n_k - n_{k-1}}{2n_k - n_{k-1} - n_{k+1}}\,, \tag{10.6}$$

където (c_{k-1}, c_k) е интервалът, който съдържа най-голям брой елементи на извадката; честотата n_k е броят на елементите на извадката в този интервал; n_{k-1} и n_{k+1} са честотите за съседните интервали.

4) **Статистическа медиана** (me).
Този показател има смисъл за ординални и числени променливи. Определя се от вариационния ред (10.2). Статистическата медиана има за стойност числото, което заема централно място във възходящото подреждане на данните. Това означава, че отляво и отдясно на медианата лежат по равен брой стойности на извадката.



За да намерим медианата на дадени числени данни, те първо трябва да се ранжират, т.е. да се подредят във възходящ ред и да се номерират от 1 до n.

Ако обемът на извадката n е нечетно число, то медианата приема стойността на числото с номер, равен на $k = (n+1)/2$, т.е. $me = x^{(k)}$.

Ако обемът на извадката n е четно число, определяме двете съседни стойности с номера $k = n/2$ и $k+1$. Тогава за медиана се взема средноаритметичното от тези стойности, т.е. $me = (x^{(k)} + x^{(k+1)})/2$.

Ако данните са групирани, определянето на медианата се извършва чрез кумулативните честоти $N_1, N_2, \dots, N_m$ и стойностите $y_1, y_2, \dots, y_m$ от таблицата на честотите (или граничните точки $c_0, c_1, \dots, c_{m-1}, c_m$ от интервалната таблица на честотите). За целта определяме номера k, при който $N_k < n/2 \le N_{k+1}$, след което пресмятаме медианата по формулата

$$me = y_k + \frac{y_{k+1} - y_k}{N_{k+1} - N_k}\left(\frac{n}{2} - N_k\right); \tag{10.7}$$

– или по формулата

$$me = c_k + \frac{c_{k+1} - c_k}{N_{k+1} - N_k}(\frac{n}{2} - N_k)\,, \tag{10.8}$$

ако използваме интервалната таблица на честотите.

5) **Процентили и квартили.**
Нека $0 \le r \le 100$. Тогава **r% процентил** се нарича тази стойност Pr, за която $r\%$ от елементите на извадката са по-малки от Pr, а останалите $(100-r)\%$ от елементите на извадката са по-големи или равни на Pr . В статистиката най-често се използват $25\%-$ият и $75\%-$ият процентили, които се наричат съответно **първи (долен)** и **трети (горен) квартил** и се бележат с Q_1 и Q_3. Медианата се явява $50\%-$ият процентил (**втори квартил** Q_2). Числото $Q = Q_3 - Q_1 = P_{75} - P_{25}$ се нарича **междуквартилно разстояние**. То служи за аналог на стандартното отклонение при извадки, чиито данни не са разпределени нормално. Данните от извадките, които лежат извън интервала $[Q_1 - 1.5Q\,, Q_3 + 1.5Q]$, се разглеждат като **съмнителни** стойности. Данните от извадките, които лежат извън интервала $[Q_1 - 3Q\,, Q_3 + 3Q]$ се наричат **силно отклоняващи се** и се разглеждат като крайно съмнителни стойности. Освен посочените по-горе процентили, в статистиката се използват процентилите: $P_{2.5}\,, P_5\,, P_{10}\,, P_{90}\,, P_{95}\,, P_{97.5}$.

6) **Статистически начални моменти $\overline{\alpha}_k$ от $k-$ти ред.**
Определят се по формулата

$$\overline{\alpha}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k\,. \tag{10.9}$$

Началният статистически момент от $1-$ви ред съвпада със статистическото средно: $\overline{\alpha}_1 = \overline{x}$.

7) **Статистически централни моменти $\overline{\mu}_k$ от $k-$ти ред.**
Определят се по формулата

$$\overline{\mu}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^k\,. \tag{10.10}$$

Ще отбележим, че $\overline{\mu}_1 = 0$, а от останалите моменти най-често се използват $\overline{\mu}_2, \overline{\mu}_3$ и $\overline{\mu}_4$, които се изразяват с $\overline{\alpha}_k$ по следния начин:

$$\overline{\mu}_2 = \overline{\alpha}_2 - \overline{\alpha}_1^2\,, \tag{10.11}$$
$$\overline{\mu}_3 = \overline{\alpha}_3 - 3\overline{\alpha}_2\overline{\alpha}_1 + 2\overline{\alpha}_1^3\,, \tag{10.12}$$
$$\overline{\mu}_4 = \overline{\alpha}_4 - 4\overline{\alpha}_3\overline{\alpha}_1 + 6\overline{\alpha}_2\overline{\alpha}_1^2 - 3\overline{\alpha}_1^4\,. \tag{10.13}$$

8) **Статистическа дисперсия** (D_n) **и статистическо стандартно отклонение** (s_n)**.**
Тези показател имат смисъл само за числени променливи. Определят се по формулите

$$D_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2, \quad s_n = \sqrt{D_n}\,. \tag{10.14}$$

Очевидно, $D_n = \overline{\mu}_2$ и съгласно (10.11) D_n може да се пресметне още по следния начин:

$$D_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \overline{x}^2\,. \tag{10.15}$$

Тези показатели представляват изместени оценки за неизвестната генерална дисперсия и генерално стандартно отклонение на изследваната статистическа променлива. Наред с тях се използват и неизместени оценки за дисперсията и стандартното отклонение (вж. глава 12).

9) **Неизместена статистическа дисперсия** $(\overline{D})$ **и неизместено статистическо стандартно отклонение** $(\overline{s})$**.**
Тези показател имат смисъл само за числени променливи. Пресмятат се по формулите:

$$\overline{D} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2, \quad \overline{s} = \sqrt{\overline{D}}\,. \tag{10.16}$$

Ще отбележим, че

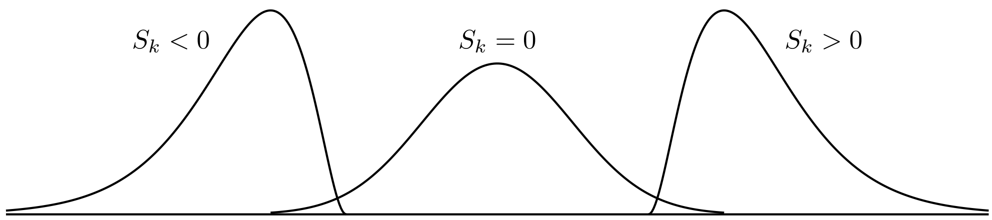
$$\overline{D} = \frac{n}{n-1}D_n\,. \tag{10.17}$$

Следващите две характеристики се наричат **коефициенти на формата**.

10) **Статистически коефициент на асиметрия** ($\overline{S}_k$ или $\overline{g}_1$).
Пресмята се по формулата

$$\overline{S}_k = \overline{g}_1 = \frac{\overline{\mu}_3}{\overline{\mu}_2^{3/2}} \tag{10.18}$$

и е оценка на коефициента на асиметрия S_k, който е показател за скосеността (skewness) на разпределението. Ако разпределението е симетрично относно математическото очакване, то $S_k = 0$. При $S_k > 0$ преобладават големите положителни отклонения относно математическото очакване (скосеност наляво), а при $S_k < 0$ преобладават големите отрицателни отклонения (скосеност надясно) (фиг. 10.1).



Фиг. 10.1: Коефициент S_k и асиметрия

11) **Статистически ексцес** ($\overline{K}_u$ или $\overline{g}_2$).
Пресмята се по формулата

$$\overline{K}_u = \overline{g}_2 = \frac{\overline{\mu}_4}{\overline{\mu}_2^2} - 3 \tag{10.19}$$

и е оценка за ексцеса K_u на изследваната генерална променлива. Този показател е мярка за дебелината, тежестта на опашките на разпределението:

- нормалното разпределение има ексцес, равен на нула, независимо от стойностите на параметрите му;
- разпределение, което има плътност, концентрирана по-силно около средата, има отрицателен ексцес;
- разпределение с по-дебели краища, или опашки, има положителен ексцес.

Забележка 10.1. *Ще отбележим, че за нормално разпределената случайна величина $X = N(m, \sigma)$ са в сила съотношенията:*

$$mo = me = m, \quad S_k = 0, \quad K_u = 0\,. \tag{10.20}$$

12) **Стандартна грешка на средното на извадката (Standard error of the mean)**

$$er = \frac{\overline{s}}{\sqrt{n}}\,. \tag{10.21}$$

Показател е за отклонението на статистическото средно на извадка с обем n от генералното средно.

Забележка 10.2. *Колкото е по-голям обемът на извадката, толкова по-малка е стандартната грешка на средното. Затова, ако не сме удовлетворени от точността на точковата оценка на средното* (*т.е. от размера на стандартната грешка на средното*)*, следва да увеличим обема на извадката и отново да пресметнем статистическото средно и неговата стандартна грешка.*

10.2 Начини за пресмятане на $\overline{x}, \overline{D}, \overline{s}, \overline{\mu}_3$ и $\overline{\mu}_4$

10.2.1 Пресмятане по негрупирани данни

Пресмятането на $\overline{x}$, $\overline{D}$, $\overline{s}$, $\overline{\mu}_3$ и $\overline{\mu}_4$ може да се извърши по формулите (10.5),(10.16) и (10.10) при $k = 3, 4$ с използването на негрупираните данни от реда (10.1) или (10.2). Обаче, при големи n, прилагането на тези формули без използването на компютър е затруднително и води до натрупване на грешки от закръглението. За по-лесно и по-точно пресмятане (дори и с компютър) се препоръчва пресмятанията да се извършват в следния ред:

1. Намираме сумите

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i\,, \quad S_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2\,, \quad S_3 = \sum_{i=1}^{n} x_i^3\,, \quad S_4 = \sum_{i=1}^{n} x_i^4\,; \tag{10.22}$$

2. Намираме началните моменти

$$\alpha_1 = \frac{S_1}{n}, \quad \alpha_2 = \frac{S_2}{n}, \quad \alpha_3 = \frac{S_3}{n}, \quad \alpha_4 = \frac{S_4}{n}\,; \tag{10.23}$$

3. Намираме централните моменти

$$\overline{\mu}_2 = \overline{\alpha}_2 - \overline{\alpha}_1^2\,, \tag{10.24}$$
$$\overline{\mu}_3 = \overline{\alpha}_3 - 3\overline{\alpha}_2\overline{\alpha}_1 + 2\overline{\alpha}_1^3\,, \tag{10.25}$$
$$\overline{\mu}_4 = \overline{\alpha}_4 - 4\overline{\alpha}_3\overline{\alpha}_1 + 6\overline{\alpha}_2\overline{\alpha}_1^2 - 3\overline{\alpha}_1^4\,. \tag{10.26}$$

4. Определяме

$$\overline{x} = \overline{\alpha}_1, \quad D_n = \overline{\mu}_2 = \frac{nS_2 - S_1^2}{n^2}\,, \quad \overline{D} = \frac{n}{n-1}D_n\,, \quad \overline{s} = \sqrt{\overline{D}}\,. \tag{10.27}$$

10.2.2 Пресмятане по групирани данни

1) Нека с.в. X е дискретна. Нека от таблицата на честотите разполагаме с различните стойности $y_1, y_2, \ldots, y_m$ на с.в. X и съответните честоти $n_1, n_2, \ldots, n_m$. Тогава пресмятаме величините

$$S_1 = \sum_{k=1}^{m} y_k n_k, \quad S_2 = \sum_{k=1}^{m} y_k^2 n_k, \quad S_3 = \sum_{k=1}^{m} y_k^3 n_k, \quad S_4 = \sum_{k=1}^{m} y_k^4 n_k \tag{10.28}$$

и по-нататък продължаваме пресмятанията по формулите (10.24)–(10.27) от подточка 10.2.1.
2) Нека с.в. X е непрекъсната. Нека от интегралната таблица на честотите разполагаме с честотите $n_1, n_2, \ldots, n_m$ на попадение в интервалите $I_k = [c_{k-1}, c_k), \quad k = 1, 2, \ldots, m$. Тогава пресмятаме средите на тези интервали

$$y_k = \frac{c_{k-1} + c_k}{2}, \quad k = 1, \ldots, m\,, \tag{10.29}$$

след което определяме S_1, S_2, S_3 и S_4 по формулите (10.28) и продължаваме пресмятанията по формулите (10.24)–(10.27) от подточка 10.2.1.

В следващите два примера ще намерим $\overline{x}, \overline{D}$ и $\overline{s}$.

Пример 10.1. *Дадени са следните данни за резултати от изпити на кандидат-студенти (в балове):*

Бал, y_k	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Брой кандидати, n_k	1	3	7	15	21	30	12	8	3

Имаме, че $n = 1 + 3 + 7 + 15 + 21 + 30 + 12 + 8 + 3 = 100$,

$S_1 = 12\cdot 1+13\cdot 3+14\cdot 7+15\cdot 15+16\cdot 21+17\cdot 30+18\cdot 12+19\cdot 7+20\cdot 3 = 1648$,

$S_2 = 12^2\cdot 1+13^2\cdot 3+14^2\cdot 7+15^2\cdot 15+16^2\cdot 21+17^2\cdot 30+18^2\cdot 12+19^2\cdot 7+20^2\cdot 3 = 27420$,

$$\overline{x} = \frac{1648}{100} = 16.48\,, \quad D_n = \frac{100\cdot 27420 - 1648^2}{100^2} = 2.6096\,,$$

$$\overline{D} = \frac{100}{99}D_n = 2.63596\,, \quad \overline{s} = \sqrt{\overline{D}} = 1.62356\,.$$

Пример 10.2. *Дадени са следните данни за ръста на ученици от средното училище:*

$c_{k-1} - c_k, cm$	y_k, cm	n_k	$c_{k-1} - c_k, cm$	y_k, cm	n_k
$143 - 146$	144.5	1	$167 - 170$	168.5	170
$146 - 149$	147.5	2	$170 - 173$	171.5	120
$149 - 152$	150.5	8	$173 - 176$	174.5	64
$152 - 155$	153.5	26	$176 - 179$	177.5	27
$155 - 158$	156.5	65	$179 - 182$	180.5	10
$158 - 161$	159.5	121	$182 - 185$	183.5	3
$161 - 164$	162.5	181	$185 - 188$	186.5	1
$164 - 167$	165.5	201			

$n = 1+2+8+26+65+121+180+201+170+64+17+10+3+1 = 1000$,

$$\begin{aligned} S_1 &= 144.5\cdot 1 + 147.5\cdot 2 + 150.5\cdot 8 + 153.5\cdot 26 + 156.5\cdot 65 \\ &+ 159.5\cdot 121 + 162.5\cdot 181 + 165.5\cdot 201 + 168.5\cdot 170 + 171.5\cdot 120 \\ &+ 174.5\cdot 64 + 177.5\cdot 27 + 180.5\cdot 10 + 183.5\cdot 3 + 186.5\cdot 1 = 165\,512\,, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= 144.5^2\cdot 1 + 147.5^2\cdot 2 + 150.5^2\cdot 8 + 153.5^2\cdot 26 + 156.5^2\cdot 65 \\ &+ 159.5^2\cdot 121 + 162.5^2\cdot 181 + 165.5^2\cdot 201 + 168.5^2\cdot 170 + 171.5^2\cdot 120 \\ &+ 174.5^2\cdot 64 + 177.5^2\cdot 27 + 180.5^2\cdot 10 + 183.5^2\cdot 3 + 186.5^2\cdot 1 \\ &= 227\,430\,690\,, \end{aligned}$$

$$\overline{x} = \frac{165\,512}{1000} = 165.512\,cm\,,$$

$$D_n = \frac{1000\cdot 227\,430\,690 - 165\,512^2}{1000^2} = 36.467856\,cm^2\,,$$

$$\overline{D} = \frac{1000}{999}D_n = 36.504\ldots\,cm^2\,, \quad \overline{s} = \sqrt{\overline{D}} = 6.04188\,cm\,.$$

10.2.3 Метод на пресмятане с „фиктивно средно”

При този метод на пресмятане на $\overline{x}, \overline{D}, \overline{s}, \overline{\mu}_3$ и $\overline{\mu}_4$ се избягва боравенето с дробни числа, както е в горния пример.

Условието за прилагане на метода е интервалите да са с равни дължини $d = c_k - c_{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots, m$ или числата $y_1, y_2, \ldots, y_m$ да образуват аритметична прогресия с разлика $d = y_k - y_{k-1}$.

Пресмятанията се извършат в следния ред:

• Определяме $d = y_k - y_{k-1}$ или $d = c_k - c_{k-1}$.

• Избираме фиктивно средно „a”, което е равно на някое от числата y_j (или на някоя от средите на интервалите). Желателно е сумата на честотите до n_j да е приблизително равна на сумата на честотите след n_j.

• Определяме числата

$$f_k = \frac{y_k - a}{d}\,, \quad k = 1, 2, \ldots, m\,.$$

Тези числа са цели, понеже $a = y_j$ за някое j.

• Намираме сумите

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{m} f_k n_k, \quad Q_2 = \sum_{k=1}^{m} f_k^2 n_k, \quad Q_3 = \sum_{k=1}^{m} f_k^3 n_k, \quad Q_4 = \sum_{k=1}^{m} f_k^4 n_k\,. \tag{10.30}$$

• Намираме

$$M_1 = \frac{Q_1}{n}\,, \quad M_2 = \frac{Q_2}{n}\,, \quad M_3 = \frac{Q_3}{n}\,, \quad M_4 = \frac{Q_4}{n}\,\cdot \tag{10.31}$$

• Тогава

$$\overline{x} = a + M_1\,, \quad D_n = (M_2 - M_1^2)d^2 = \frac{nQ_2 - Q_1^2}{n^2}d^2, \tag{10.32}$$

$$\overline{\mu}_3 = (M_3 - 3M_2M_1 + 2M_1^3)d^3, \tag{10.33}$$

$$\overline{\mu}_4 = (M_4 - 4M_3M_1 + 6M_2M_1^2 - 3M_1^4)d^4. \tag{10.34}$$

Пример 10.3. *Да приложим метода на „фиктивното средно” към данните от пример* 10.2.

Резултатите от пресмятанията са дадени в следната таблица:

$c_{k-1} - c_k, cm$	y_k, cm	n_k	f_k	$f_k n_k$	$f_k^2 n_k$
$143 - 146$	144.5	1	-7	-7	49
$146 - 149$	147.5	2	-6	-12	2
$149 - 152$	150.5	8	-5	-40	200
$152 - 155$	153.5	26	-4	-104	416
$155 - 158$	156.5	65	-3	-195	585
$158 - 161$	159.5	121	-2	-242	484
$161 - 164$	162.5	181	-1	-181	181
$164 - 167$	165.5	201	0	0	0
$167 - 170$	168.5	170	1	170	170
$170 - 173$	171.5	120	2	240	480
$173 - 176$	174.5	64	3	192	576
$176 - 179$	177.5	27	4	108	432
$179 - 182$	180.5	10	5	50	250
$182 - 185$	183.5	3	6	18	108
$185 - 188$	186.5	1	7	7	49
		$n = 1000$		$Q_1 = 4$	$Q_2 = 4052$

Тук $d = 3$ *cm (дължина на интервала),* $a = 165.5$ *cm (фиктивно средно),* $n = 1000$, $Q_1 = 4$, $Q_2 = 4052$,

$$\overline{x} = 165.5 + \frac{4 \cdot 3}{1000} = 165.512\,cm\,,$$

$$D_n = \frac{1000 \cdot 4052 - 4^2}{1000^2} 3^2 = 36.467856\,cm^2\,, \quad \overline{D} = \frac{1000}{999} D_n = 36.513(369)\,cm^2\,,$$

$$\overline{s} = \sqrt{\overline{D}} = 6.0426\ldots cm, \quad 3\overline{s} \approx 18\,cm\,.$$

Коментар: Понеже ръстът на хора от една възрастова група е разпределен по нормалния закон, то съгласно правилото на „трите сигми” ръстът на изследваните средношколци е съсредоточен в интервала $(165.5 - 18, 165.5 + 18) = (147.5, 183.5)$.

Пример 10.4. *В телефонна станция са направени наблюдения на проведените свързвания в минута. В продължение на* 60 *минути са получени следните резултати:*

$$3, 1, 3, 1, 4, 2, 2, 4, 0, 3, \quad 0, 2, 2, 0, 2, 1, 4, 3, 3, 1, \quad 4, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 0, 3, 4,$$

$$1, 3, 2, 1, 2, 0, 0, 1, 3, 3, \quad 1, 2, 4, 2, 0, 2, 3, 1, 7, 5, \quad 1, 1, 0, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 5.$$

След образуване на вариационния ред, получаваме таблицата на честотите

k	1	2	3	4	5	6	7
y_k	0	1	2	3	4	5	7
n_k	8	17	16	10	6	2	1

Понеже стойностите y_k не образуват аритметична прогресия, то за да приложим метода на „фиктивното средно", добавяме между 5 *и* 7 *нова стойност $y_7 = 6$ с честота $n_7 = 0$. Тогава при прилагането на метода получаваме следната таблица:*

k	y_k	n_k	f_k	$f_k n_k$	$f_k^2 n_k$
1	0	8	-2	-16	32
2	1	17	-1	-17	17
3	2	16	0	0	0
4	3	10	1	10	10
5	4	6	2	12	24
6	5	2	3	6	18
7	6	0	4	0	0
8	7	1	5	5	25
		$n = 60$		$Q_1 = 0$	$Q_2 = 126$

Имаме, че $d = 1, \quad a = 2, \quad \overline{x} = 2 + 0 = 2,$

$$D_n = \frac{60 \cdot 126 - 0^2}{60^2} \cdot 1^2 = \frac{126}{60} = 2.1\,, \quad \overline{D} = \frac{60}{59} \cdot 2 \cdot 1 = 2.1356\,.$$

Понеже с.в. X е безразмерна, приема неотрицателни цели стойности и $\overline{D} \approx \overline{x} = 2$, то правим хипотезата, че с.в. X е разпределена по закона на Поасон с параметър $\lambda = 2$.